

Scopo dell'esperienza: Verifica della legge di Boyle

La legge di Boyle prevede che $PV = \text{costante}$ per un gas ideale mantenuto a temperatura costante: P è la pressione del gas, V il suo volume.

Strumenti

Tubo di gomma ad U pieno di mercurio montato su sostegno con doppia scala graduata.
Lato sinistro: rubinetto chiuso; Lato destro aperto (estremo libero).

Montaggio

Nella parte a sinistra libera dal mercurio è imprigionata del gas (aria) che ha una sua pressione interna e una sua temperatura che si suppone quella ambientale (se lo strumento ha raggiunto l'equilibrio termico con l'ambiente) e comunque si suppone costante, quindi non deve essere influenzata da contatto o vicinanza di altri corpi.

Teoria e Misure

Variando l'altezza del tubo a destra (si svita un bullone con apposita chiave a piastrina rossa e poi si riavvita, o semplicemente si alza il tubo a mano, facendo molta attenzione), i livelli del mercurio a sinistra e destra cambiano. La pressione interna P del gas a sinistra deve equilibrare sia la pressione atmosferica P_A che la pressione idrostatica data dalla differenza di livello del mercurio nei due tubi:

$$P = P_A + d g \Delta h \quad \text{dove } \Delta h = (h_S - h_D) \quad \text{dalla legge di Stevino.}$$

Le altezze h_S e h_D sono lette sulle scale in cm e mm; bisogna fare attenzione al fatto che esse hanno lo zero in alto, per cui se il mercurio p. es. ha livello più alto a destra, $h_S > h_D$, Δh risulta correttamente positivo e la P risulta maggiore della P_A . d è la densità del mercurio, pari a $13,6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, e g è l'accelerazione di gravità $= 9,81 \text{ m/s}^2$. $P_A = 1,013 \times 10^5 \text{ pa}$ in condizioni standard¹. La variazione di livello del mercurio nella parte sinistra del tubo può essere rilevata anche sulla scala (in blu) indicata internamente al tubo stesso, che parte da 1 tenendo conto anche della parte di tubo di vetro, più stretta, che va al rubinetto. Anche essa è in cm e mm. La sezione del tubo si suppone essere di 1 cm^2 , per cui la lettura h_L sulla scala dà direttamente il volume V in cm^3 della parte di tubo che contiene il gas ed è libera dal mercurio.

Esempio di misure fatte da studenti di quarte classi tradizionali:

| h_L (cm) | h_S (cm) | h_D (cm) |
|---------------|----------------|----------------|
| $3,0 \pm 0,1$ | $41,4 \pm 0,1$ | $30,4 \pm 0,1$ |
| $3,2 \pm 0,1$ | $41,5 \pm 0,1$ | $37,2 \pm 0,1$ |
| $3,5 \pm 0,1$ | $42,0 \pm 0,1$ | $42,0 \pm 0,1$ |
| $4,0 \pm 0,1$ | $42,5 \pm 0,1$ | $52,5 \pm 0,1$ |

Da cui si ricava la tabella

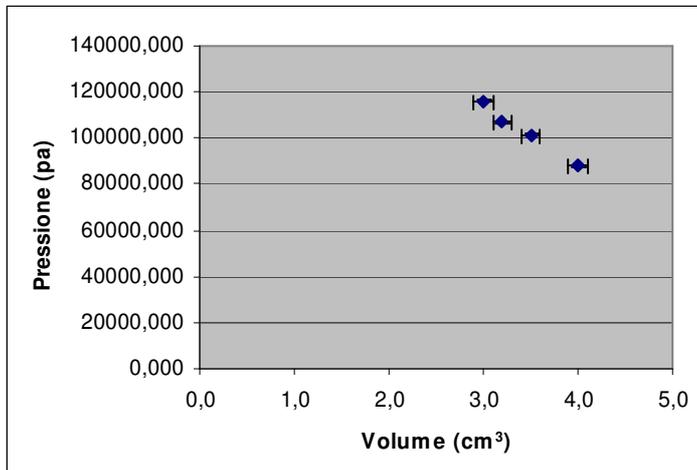
| Δh (m) | $d g \Delta h$ (pa) | $P = P_A + d g \Delta h$ (pa) | V (cm^3) | PV (pa x cm^3) |
|--------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------|---------------------------------------|
| $0,110 \pm 0,002$ | $0,147 \text{ E}5 \pm 0,005 \text{ E}5$ | $1,160 \text{ E}5 \pm 0,005 \text{ E}5$ | $3,0 \pm 0,1$ | $3,48 \text{ E}5 \pm 0,12 \text{ E}5$ |
| $0,043 \pm 0,002$ | $0,057 \text{ E}5 \pm 0,005 \text{ E}5$ | $1,070 \text{ E}5 \pm 0,005 \text{ E}5$ | $3,2 \pm 0,1$ | $3,42 \text{ E}5 \pm 0,12 \text{ E}5$ |
| $0,000 \pm 0,002$ | $0,000 \text{ E}5 \pm 0,005 \text{ E}5$ | $1,013 \text{ E}5 \pm 0,005 \text{ E}5$ | $3,5 \pm 0,1$ | $3,54 \text{ E}5 \pm 0,12 \text{ E}5$ |
| $-0,100 \pm 0,002$ | $-0,133 \text{ E}5 \pm 0,005 \text{ E}5$ | $0,880 \text{ E}5 \pm 0,005 \text{ E}5$ | $4,0 \pm 0,1$ | $3,52 \text{ E}5 \pm 0,12 \text{ E}5$ |

L'ultima colonna indica il prodotto pressione x volume per il gas imprigionato nella parte libera da mercurio nel tubo a sinistra, e deve essere costante se vale la legge di Boyle per i gas ideali.

E' indicata per il prodotto PV una stima degli errori di misura basati solo sull'errore di lettura, mentre essi potrebbero essere più alti.

Analisi dei risultati

Di seguito è indicato il grafico nel piano P-V dei risultati della tabella, con le barre di errore (le barre verticali non sono distinguibili).

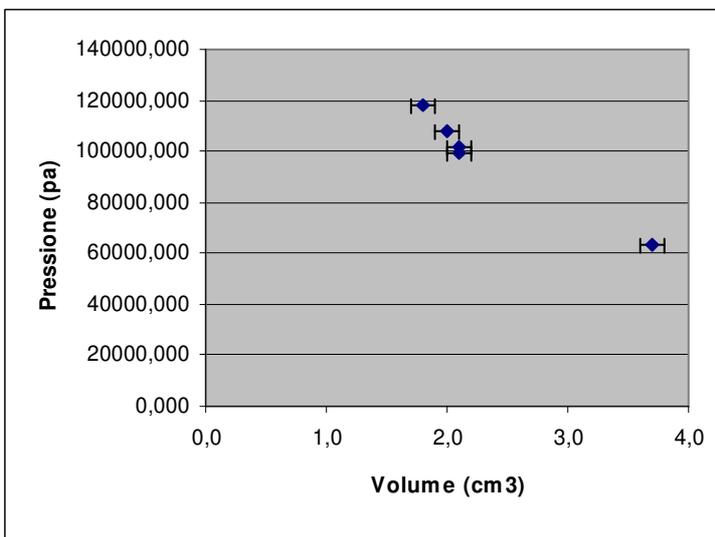


2° esempio di misure fatte (a distanza di una settimana dalla prima prova):

| h_L (cm) | h_S (cm) | h_D (cm) |
|---------------|----------------|----------------|
| $1,8 \pm 0,1$ | $36,6 \pm 0,1$ | $24,3 \pm 0,1$ |
| $2,0 \pm 0,1$ | $36,7 \pm 0,1$ | $31,5 \pm 0,1$ |
| $2,1 \pm 0,1$ | $36,7 \pm 0,1$ | $38,2 \pm 0,1$ |
| $2,1 \pm 0,1$ | $36,8 \pm 0,1$ | $36,7 \pm 0,1$ |
| $3,7 \pm 0,1$ | $37,9 \pm 0,1$ | $66,2 \pm 0,1$ |

Da cui si ricava la tabella

| Δh (m) | $d g \Delta h$ (pa) | $P = P_A + d g \Delta h$ (pa) | V (cm ³) | PV (pa x cm ³) |
|--------------------|--------------------------|-------------------------------|------------------------|----------------------------|
| $0,123 \pm 0,002$ | $0,164 E5 \pm 0,003 E5$ | $1,177 E5 \pm 0,003 E5$ | $1,8 \pm 0,1$ | $2,11 E5 \pm 0,12 E5$ |
| $0,052 \pm 0,002$ | $0,069 E5 \pm 0,003 E5$ | $1,082 E5 \pm 0,003 E5$ | $2,0 \pm 0,1$ | $2,16 E5 \pm 0,12 E5$ |
| $-0,015 \pm 0,002$ | $-0,020 E5 \pm 0,003 E5$ | $0,993 E5 \pm 0,003 E5$ | $2,1 \pm 0,1$ | $2,08 E5 \pm 0,12 E5$ |
| $0,001 \pm 0,002$ | $-0,001 E5 \pm 0,003 E5$ | $1,014 E5 \pm 0,003 E5$ | $2,1 \pm 0,1$ | $2,12 E5 \pm 0,12 E5$ |
| $-0,283 \pm 0,002$ | $-0,378 E5 \pm 0,003 E5$ | $0,635 E5 \pm 0,003 E5$ | $3,7 \pm 0,1$ | $2,34 E5 \pm 0,12 E5$ |



Con gli errori stimati il prodotto PV si può ritenere costante, e la legge di Boyle sarebbe verificata, tranne che nell' ultima prova della seconda serie.

Da notare che i risultati potrebbero essere riprodotti ragionevolmente bene anche da una relazione lineare, ad esempio: questo perché nel grafico viene rappresentata una parte ristretta e poco significativa dell'iperbole $PV = \text{costante}$. Dati più significativi verrebbero da volumi più piccoli e pressioni maggiori, ciò comporterebbe alzare molto di più la parte destra del tubo con qualche problema data la delicatezza dell'apparecchiatura.

Nel grafico sottostante sono riportati sia i dati sperimentali nei due casi, sia i dati estrapolati dalla legge $PV = k$, con $k = 3,49 \times 10^5 \text{ pa} \times \text{cm}^3$ (valore medio per il primo caso) e $k = 2,17 \times 10^5 \text{ pa} \times \text{cm}^3$ (valore medio per il secondo caso) (punti triangolari). La differenza fra le due costanti è in sostanza dovuta a diverse condizioni iniziali del gas durante le due prove. Qui l'andamento iperbolico viene imposto, e non è quindi molto significativo.

